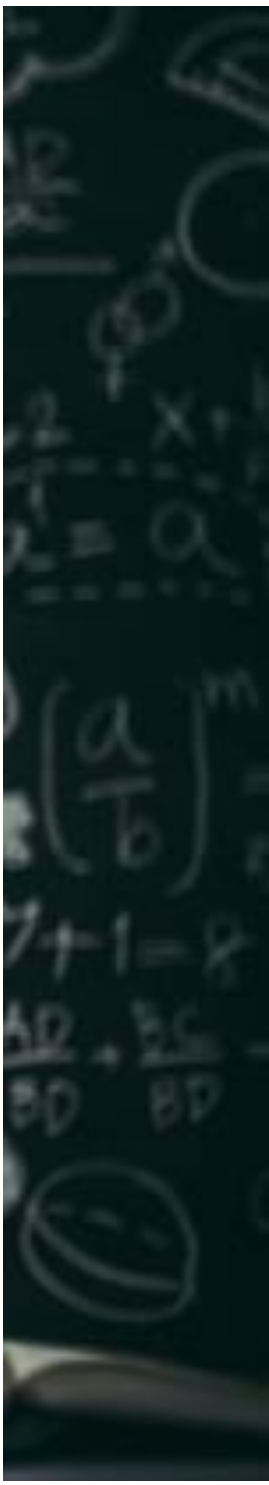
MATEMÁTICA BÁSICA I

Extraída de Freepik.com

Números complejos I (Propiedades)

1. Propiedades



Cuando una operación es Imposible en un campo numérico, es necesario ampliarlo. En Ia medida que se amplía el campo numérico, se amplían las posibilidades cálculo.

Supongamos el planteo de la siguiente ecuación:

$x^2=-4 \Rightarrow x=\pm\sqrt{-4}$

Esta ecuación no tiene solución en el campo de los números reales, ya que todo número real elevado al cuadrado es siempre un número positivo.

La ecuación x2= a tiene solución en los números reales si a es positivo o cero.

Definiremos un nuevo conjunto de números que nos permitan resolver las ecuaciones x2 = a cuando a es menor que cero, o sea un número negativo.

- ***Los números complejos, El número i***

En un principio las raíces como $\sqrt{-1}$ *se las llamó raíces Imposibles, más tarde cuando hizo falta resolverlas para poder resolver cuestiones físicas como electricidad ó magnetismo, se las llamó raíces imaginarias.*

- *A la raíz imaginaria más sencilla, ó unidad imaginaria, se la llamó i. De manera que, por definición:*

i= $\sqrt{-1}$ ***o sea i² calcular:***

$$\pm\sqrt{-4} = \pm\sqrt{-4.(-1)} = \pm\sqrt{-4}.\pm\sqrt{-1} = \pm 2\mathrm{i}$$

1. Propiedades

Ahora podemos buscar las soluciones de ecuaciones como:

$$x^2 - 12x + 40 = 0$$

$$x=\frac{12\pm\sqrt{12^2-4\cdot1\cdot40}}{2\cdot1}=\frac{12\pm\sqrt{-16}}{2}=\frac{12\pm4i}{2}=6\pm2i$$

Las soluciones de la ecuación: $x_1 = 6 + 2i$; $x_2 = 6 - 2i$

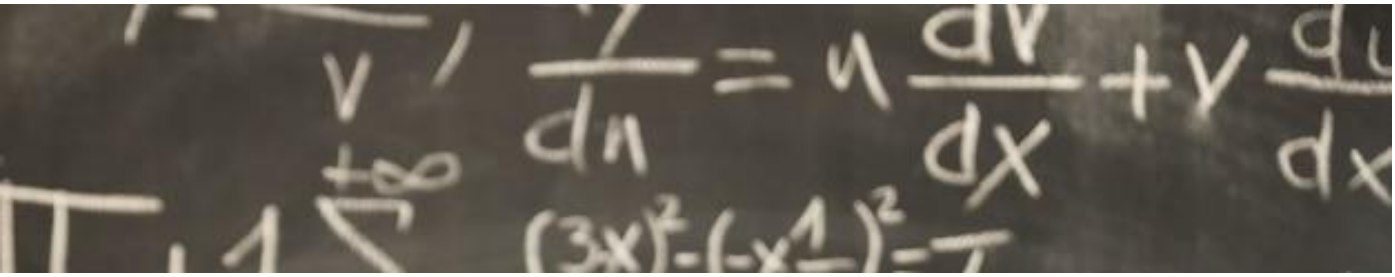
La unidad imaginaria i no aparece sola, sino combinada mediante sumas, restas y productos con números reales. Por eso la expresión general de un número complejo es:

$$z = a + bi$$

2. Distintas notaciones

Se utilizan distintas formas para nombrar a los números complejos, dependiendo en que circunstancia se los deba utilizar. Todo número complejo tiene una componente real y una componente imaginaria.

- ***Par ordenado: (a;b)*** *El primer número, a, representa la parte real del número complejo. El segundo número,b, la parte imaginaria.*
- ***Forma binómica:*** *a+bi*



2. Distintas notaciones

Forma polar o trigonométrica: se expresa mediante el par ordenado ***(ρ; α)*** *donde* ρ donde ρ es el módulo de z y se calcula: $|z| = |\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$ y el ángulo α es el que forma el gráfico del complejo z con el semieje real positivo, por lo tanto,

$$\text{tg } \alpha = \left(\frac{b}{a}\right)$$

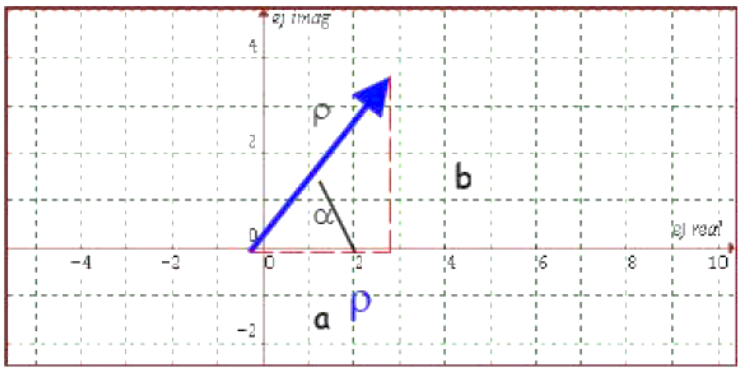
Veamos un ejemplo donde escribiremos un número complejo en sus tres notaciones:

z= 3 + 4i (forma binómica)

z= (3 ; 4) (par ordenado)

Para pasar de forma binómica a par ordenado y viceversa no hace falta realizar ningún tipo de cálculo

Para pasar a la ***forma polar*** *ó* ***trigonométrica*** *debemos calcular ρ y α, y para entender qué estamos haciendo vamos a graficar el número z en el plano complejo.*



$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 57^o 7' 48''$$

$$\Rightarrow z = (5; 57^o 7' 48'')$$

Referencias Bibliográficas

Consultado de los siguientes materiales:

- *Colegio24hs. Números Complejos. Buenos Aires, AR: Colegio24hs, 2004. ProQuest ebrary. Web. 27 November 2016. Copyright © 2004. Colegio24hs. All rights reserved.*
- *Ilustraciones de Freepik*
- *Ilustraciones de Pixabay*